XIV.- TRANSMISIÓN DE CALOR POR CONVECCIÓN CORRELACIONES PARA LA CONVECCIÓN NATURAL

La complejidad de la mayoría de los casos en los que interviene la transferencia de calor por convección, hace imposible un análisis exacto, teniéndose que recurrir a correlaciones de datos experimentales; para una situación particular pueden existir diversas correlaciones procedentes de distintos grupos de investigación; además, con el paso del tiempo, determinadas correlaciones antiguas se pueden sustituir por otras más modernas y exactas, de forma que al final, los coeficientes de transferencia de calor calculados a partir de correlaciones distintas no son iguales, y pueden diferir, en general, en más de un 20%, aunque en circunstancias complicadas las discrepancias pueden ser mayores. En la convección natural, el fluido próximo a la pared se mueve bajo la influencia de fuerzas de empuje originadas por la acción conjunta de los cambios en su densidad y el campo gravitatorio terrestre.

XIV.1.- CORRELACIONES ANALÍTICAS PARA LA CONVECCIÓN NATURAL EN PLACA PLANA VERTICAL

Uno de los problemas más simples y comunes de convección natural acontece cuando una superficie vertical se somete a un enfriamiento o a un calentamiento mediante un fluido.

Por comodidad supondremos que las capas límite térmica e hidrodinámica coinciden Pr = 1; en principio, la capa límite es laminar, pero a una cierta distancia del borde, y dependiendo de las propiedades del fluido y del gradiente térmico, puede suceder la transición a régimen turbulento, lo cual sucede cuando (Gr Pr) > 10^9, Fig XIV.1; el número de Grashoff es de la forma:

$$Gr = \frac{g\,\beta\,\Delta T\,L^3}{\nu^2} \quad ; \quad \beta = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{v_F}\,\frac{v - v_F}{T - T_F} \quad ; \quad \text{Para un gas ideal: } \beta = \frac{1}{T\,°(K)}$$

Dado que la convección natural es consecuencia de una variación de la densidad, el flujo correspondiente es un flujo compresible; pero, como la diferencia de temperaturas entre la pared y el fluido es pequeña, se puede hacer un análisis, tanto de las componentes de la velocidad u(x,y), v(x,y) como de la temperatura T(x,y), considerando a la densidad constante, excepto en el término (ρ g), en el que ρ debe considerarse como función de la temperatura, ya que la variación de ρ en este término es el causante de la fuerza ascensional.

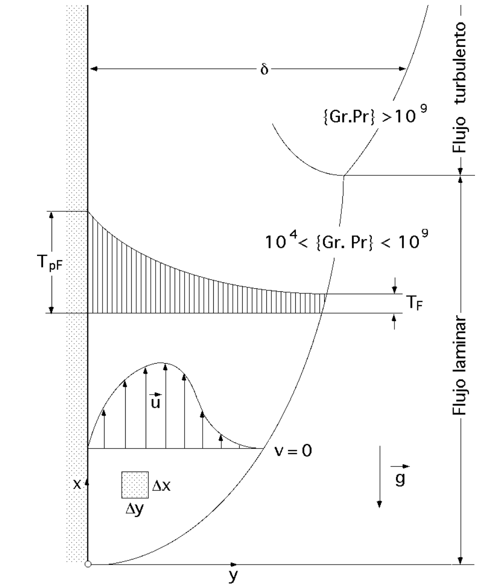

Fig XIV.1.- Convección natural en placa vertical

La tercera ecuación de Navier-Stokes proporciona:

$$\frac{1}{\rho}\,\frac{dp}{dx} = -\,g - \frac{du}{dt} + \nu\,\Delta u$$

$$\rho\left(u\,\frac{\partial u}{\partial x} + v\,\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\,\frac{\partial p}{\partial x} - \rho\,g + \eta\,\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Gradiente de presiones a lo largo de la placa vertical:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\,\rho_F\,g \quad ; \quad \frac{1}{\rho}\,(-\,\rho_F\,g) = -\,g - \frac{du}{dt} + \nu\,\Delta u$$

siendo ρ_F la densidad del fluido fuera de la capa límite.

Como el fluido al calentarse o enfriarse modifica su densidad, en el intervalo de temperaturas T_F y T, se tiene:

$$g\,(\rho_F - \rho) = \rho\,g\,\left(\frac{\rho_F}{\rho} - 1\right)$$

siendo ρ_F la densidad del fluido a la temperatura T_F y ρ la densidad del fluido del interior de la capa límite a la temperatura T; como el volumen específico del fluido es:

$$v = v_F\,\{1 + \beta\,(T - T_F)\} \quad ; \quad \frac{\rho_F}{\rho} = 1 + \beta\,(T - T_F) \qquad \frac{\rho_F}{\rho} - 1 = \beta\,(T - T_F)$$

$$\rho\,g\,\left(\frac{\rho_F}{\rho} - 1\right) = \rho\,g\,\beta\,(T - T_F) = \rho\,g\,\beta\,\Delta T$$

Teniendo en cuenta ecuaciones anteriores, la tercera ecuación de Navier-Stokes, (ecuación del momento), la ecuación de la energía y la ecuación de continuidad, quedan en la forma:

Ecuación del momento: $u\,\frac{\partial u}{\partial x} + v\,\frac{\partial u}{\partial y} = g\,\beta\,(T - T_F) + \nu\,\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

Ecuación de la energía: $u\,\frac{\partial T}{\partial x} + v\,\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\,\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$

Ecuación de continuidad: $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

Las condiciones de contorno para una placa vertical isoterma son:

$$\text{Para: } \begin{cases} y = 0 \;;\; u = 0 \;;\; v = 0 \;;\; T = T_{pF} \\ y = \infty \;;\; u = 0 \;;\; T = T_F \;;\; \dfrac{\partial u}{\partial y} = 0 \;;\; \dfrac{\partial T}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

SOLUCIÓN INTEGRAL EN PARED ISOTERMA.- La ecuación integral del momento de la cantidad de movimiento de la capa límite es:

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^{\delta} u^2\,dy = \int_0^{\delta} g\,\beta\,(T - T_F)\,dy + \nu\,\left.\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right|_{y=0}$$

en la que se ha supuesto que los espesores de las capas límite térmica e hidrodinámica son iguales.

La ecuación integral de la energía de la capa límite es:

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^{\delta}(T_F - T)\, u\, dy = \alpha \, \frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0}$$

y los perfiles de velocidades y temperaturas:

$$\frac{u}{v} = \frac{y}{\delta}\,(1 - \frac{y}{\delta})^2 \quad ; \quad \Phi = \frac{T - T_F}{T_{pF} - T_F} = (1 - \frac{y}{\delta})^2$$

en la que V es una velocidad ficticia, función de ***x***.

Las expresiones de V y ***d*** se pueden poner en la forma:

$$V = C_1\, x^a \; ; \; \delta = C_2\, x^b \, , \text{ con: } \begin{cases} a = 0{,}5 \\ b = 0{,}25 \end{cases}$$

Integrando las ecuaciones del momento y de la energía, resultan:

$$\frac{1}{105}\,\frac{\partial}{\partial x}\,(V^2\,\delta) = \frac{1}{3}\, g\, \beta\,(T_{pF} - T_F)\,\delta - \nu\,\frac{V}{g} \quad \text{(Ecuación del momento)}$$

$$2\,\alpha\,\frac{T_{pF} - T_F}{\delta} = \frac{1}{30}\,(T_{pF} - T_F)\,\frac{\partial}{\partial x}\,(V\,\delta) \quad \text{(Ecuación de la energía)}$$

y teniendo en cuenta que: $V = C_1\, x^a \; ; \; \delta = C_2\, x^b$, resulta:

$$\frac{\delta}{x} = 3{,}93\,\sqrt[4]{\frac{0{,}952 + Pr}{Gr_x\, Pr^2}}$$

$$V = 5{,}17\,\frac{\nu}{x}\,\sqrt{\frac{Gr_x}{0{,}952 + Pr}}$$

$$\frac{Q}{A} = -\, k\,\frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} = h_{cF}\,(T_{pF} - T_F) = \frac{2\,k}{\delta}\,(T_{pF} - T_F) \quad ; \quad h_{cF} = \frac{2\,k}{\delta}$$

$$Nu_x = 0{,}508\,\sqrt[4]{\frac{Gr_x\, Pr^2}{0{,}952 + Pr}} \quad ; \quad Nu = \frac{4\, Nu_x}{3} \quad ; \quad Gr.Pr < 10^9$$

Si, $Ra > 10^9$, el flujo comienza a ser turbulento, y suponiendo un perfil de velocidades (m = 7) se encuentra:

$$Nu_x = 0{,}0295\,\left(\frac{Gr_x\, Pr^{7/6}}{1 + 0{,}494\, Pr^{2/3}}\right)^{2/5}$$

$$Nu = 0{,}021\, Ra_L^{2/5}$$

viniendo expresado h_C en, Kcal/hora m² °C, la conductividad térmica k_F del fluido en, Kcal/m°C y la velocidad másica G en ,Kg/m² hora.

PLACA ISOTÉRMICA.- Pohlhausen considera que los perfiles de velocidad y temperatura en convección natural presentan propiedades similares, en forma análoga a las observadas por Blasius para la convección forzada, de forma que:

$$\eta = \frac{y}{x}\sqrt[4]{\frac{Gr_x}{4}} \quad ; \quad \Phi = \frac{T - T_F}{T_{pF} - T_F} = (1 - \frac{y}{\delta})^2$$

La distribución de temperaturas permite determinar el flujo de calor local, de la forma:

$$\frac{Q}{A} = - k \frac{\partial T}{\partial y}_{y=0} = - \frac{k}{x}(T_{pF} - T_F)\sqrt[4]{\frac{Gr_x}{4}}\frac{d\Phi}{d\eta}_{\eta=0} = h_{cF}(T_{pF} - T_F)$$

obteniéndose el número de Nu_x local:

$$Nu_x = f(Pr)\sqrt[4]{\frac{Gr_x}{4}}$$

viniendo los valores de f(Pr) en la Tabla XIV.1.

El número de Nu medio es:

$$Nu = \frac{4}{3} f(Pr)\sqrt[4]{\frac{Gr_L}{4}}$$

resultado válido para convección forzada en régimen laminar, en el intervalo, $10^4 < (Gr\ Pr) < 10^9$, con propiedades del fluido constantes, excepto la densidad; las propiedades se evalúan a la temperatura de referencia, de la forma:

$$T_{ref} = T_{pF} + 0{,}38\,(T_F - T_{pF})$$

Tabla XIV.1

Pr	0,01	0,72	0,733	1	2	10	100	1000
f(Pr)	0,0812	0,5046	0,508	0,5671	0,7165	1,1694	2,191	3,966

PLACA CON FLUJO DE CALOR CONSTANTE.- Las ecuaciones del momento, energía y continuidad anteriores, son válidas para un flujo de calor uniforme ($\frac{Q}{A} = Cte$) a lo largo de la placa; con esta condición se tiene:

$$Nu = F(Pr)\sqrt[4]{\frac{Gr_L}{4}}\ , \text{ siendo: } 0{,}95\ F(Pr) = \frac{4}{3} f(Pr)$$

Los valores de F(Pr) vienen dados en la Tabla XIV.2.

Tabla XIV.2

Pr	0,01	1	10	100
F(Pr)	0,335	0,811	1,656	3,083

XIV.2.- CORRELACIONES PARA LA CONVECCIÓN NATURAL EN PLACAS

Para la determinación de los coeficientes de transmisión de calor por convección natural, con ***superficie isoterma*** a T_p, en los casos de:

a) Pared vertical de altura L, (no se define la anchura)

b) Tubo vertical con, $\frac{d}{L} > \frac{35}{\sqrt[4]{Gr_L}}$

c) Tubo horizontal de diámetro ***d***

se utiliza una ecuación general de la forma:

$$Nu_L = C\,(Ra_L)^n$$

El nº de Grashoff es: $Gr = \frac{g\,\beta}{\nu^2}\,\Delta T\,L^3$, y el nº de Rayleigh: $Ra = Gr\,Pr$

Las propiedades térmicas del fluido se toman a la temperatura media de la película, a excepción del coeficiente de dilatación térmica β que se evalúa a la temperatura del fluido T_F.

Para el caso de un gas ideal el valor de β se puede aproximar por: $\beta \quad \frac{1}{T_F}$, con T_F en ºK

ΔT es la diferencia entre la temperatura de la pared y la del fluido

L es una longitud característica y los valores de C y ***n*** vienen dados en las Tablas XIV.3.

Tabla XIV.3.- Valores de las constantes de la ecuación de Nusselt para convección natural

Planos verticales y cilindros verticales

	$1700 < Ra < 10^8$	$10^8 < Ra < 10^{10}$	$10^{10} < Ra < 10^{13}$
C	0,59	0,13	0,021
n	0,25	0,33	0,4

Planos horizontales y cilindros horizontales

	$10^4 < Ra < 10^9$	$10^9 < Ra < 10^{12}$
C	0,53	0,13
n	0,25	0,33

Superficie superior de placas calientes
o superficie inferior de una placa fría

	$2.10^4 < Ra < 8.10^6$	$8.10^6 < Ra < 10^{11}$
C	0,54	0,15
n	0,25	0,33

Superficie inferior de placas calientes
o superficie superior de placas frías

$10^5 < Ra < 10^{11}$	C = 0,58	n = 0,20

Estas ecuaciones se pueden aplicar a la convección libre laminar desde placas verticales isotermas o superficies con flujo térmico uniforme, tomando la temperatura de la superficie en el punto medio de la placa.

Para el estudio de la convección libre alrededor de placas planas rectangulares horizontales, se toma como longitud característica la media aritmética de sus dos dimensiones, o bien el 90% de su diámetro en el caso de discos circulares horizontales.

CONVECCIÓN NATURAL SOBRE PLACA VERTICAL.- El espesor de la capa límite viene dado por la expresión:

$$\frac{\delta}{x} = 3{,}93\,\sqrt[4]{\frac{0{,}952 + Pr}{Gr_x\,Pr^2}}$$

y el número de Nu_x local por las expresiones:

$$Nu_x = 0{,}508\,\sqrt[4]{\frac{Gr_x\,Pr^2}{0{,}952 + Pr}} \quad ; \quad Nu = \frac{4\,Nu_x}{3} \quad ; \quad Gr.Pr < 10^9$$

$$Nu_x = 0{,}0295\,\left(\frac{Gr_x\,Pr^{7/6}}{1 + 0{,}494\,Pr^{2/3}}\right)^{2/5} \quad ; \quad Ra > 10^9$$

El nº de Nusselt medio es:

$$Nu_L = 0{,}021\ Ra_L^{2/5}\ ;\ Ra > 10^9$$

CONVECCIÓN NATURAL SOBRE PLACA VERTICAL A TEMPERATURA UNIFORME.- Para determinar el coeficiente de convección natural en ***flujo laminar*** ($Ra_L < 10^8$) con temperatura de pared vertical uniforme, se pueden utilizar los valores de la Tabla XIV.1:

$$Nu_L = C\,(Ra_L)^n = \begin{vmatrix} n = 0{,}25 \\ C = 0{,}59 \end{vmatrix} = 0{,}59\ Ra_L^{0{,}25}\ ,\ \text{para:}\ \begin{cases} 1700 < Ra_L < 10^8 \\ 1 < Pr < 10 \end{cases}$$

o también:

$$Nu_L = 0{,}68 + \frac{0{,}67\ Ra_L^{0{,}25}}{\{1 + (\frac{0{,}492}{Pr})^{9/16}\}^{4/9}}\ ,\ \text{para:}\ \begin{cases} Ra_L < 10^9 \\ 1 < Pr < 10 \end{cases}$$

Para el ***flujo de transición laminar-turbulento*** ($10^8 < Ra_L < 10^{10}$) :

$$Nu_L = C\,(Ra_L)^n = \begin{vmatrix} n = 0{,}33 \\ C = 0{,}13 \end{vmatrix} = 0{,}13\ Ra_L^{0{,}33}\ ,\ \text{para:}\ \begin{cases} 10^8 < Ra_L < 10^{10} \\ 1 < Pr < 10 \end{cases}$$

Para ***flujos con turbulencia muy desarrollada*** ($10^9 < Ra_L < 10^{12}$) :

$$Nu_L = C\,(Ra_L)^n = \begin{vmatrix} n = 0{,}40 \\ C = 0{,}021 \end{vmatrix} = 0{,}021\ Ra_L^{0{,}4}\ ,\ \text{para:}\ \begin{cases} 10^{10} < Ra_L < 10^{13} \\ 1 < Pr < 10 \end{cases}$$

$$Nu_L = 0{,}68 + \frac{0{,}67\ Ra_L^{0{,}25}}{\{1 + (\frac{0{,}492}{Pr})^{9/16}\}^{4/9}}\ \{1 + 1{,}6.10^{-8}\ Ra_L\ \psi\}^{1/12}\ ,\ \text{para:}\ \begin{cases} 10^9 < Ra_L < 10^{12} \\ 1 < Pr < 10 \end{cases}$$

en la que, $\psi = \{1 + (\frac{0{,}492}{Pr})^{9/16}\}^{-16/9}$

$$Nu_y = 0{,}059\ \frac{Pr^{1/3}\ Ra_y^{2/5}}{\{1 + 0{,}494\ Pr^{2/3}\}^{2/5}}$$

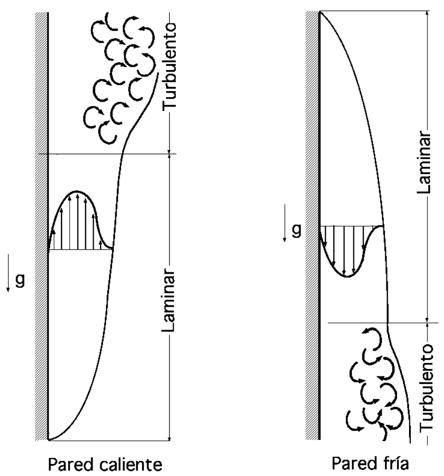

Fig XIV.2.- Capas límite laminar y turbulenta
en la convección natural sobre paredes verticales

En la gráfica de la Fig XIV.3 se exponen las correlaciones anteriores en régimen laminar y turbulento, hacia o desde una placa plana vertical de altura L, considerando en el eje de ordenadas Nu_L y en el eje de abscisas ($Gr_L.Pr$), que se pueden aplicar también al caso de cilindros verticales.

e) ***Una expresión general que las engloba, válida tanto para régimen laminar como turbulento es:***

$$\sqrt{Nu} = 0{,}825 + \frac{0{,}387\ Ra_L^{1/6}}{\{1 + (\frac{0{,}492}{Pr})^{9/16}\}^{8/27}} \quad \text{, para,} \quad 10^{-1} < Ra_L < 10^{12}$$

En la formulación propuesta, si una de las caras de la pared está aislada térmicamente, los valores del número de Nusselt serían la mitad de lo indicado en las fórmulas.

Para el caso particular del aire, a temperaturas normales, el coeficiente de transferencia de calor local para una placa vertical isotérmica se puede aproximar por las siguientes ecuaciones, teniendo en cuenta que para el aire la transición de régimen laminar a turbulento es $Gr_x \approx 10^9$:

Flujo laminar: $h_{c(x)} = 1{,}07\ \sqrt[4]{\frac{\Delta T}{x}} \quad \frac{W}{m^2\ °K}$

Flujo turbulento: $h_{c(x)} = 1{,}3\ \sqrt[3]{\Delta T} \quad \frac{W}{m^2\ °K}$

observándose que el coeficiente de convección local es independiente de ***x*** en régimen turbulento.

El coeficiente de convección medio para toda la placa vertical es:

$$h_C = \frac{1}{L} \int_0^L h_{C(x)}\ dx = \frac{1}{L} \{\int_0^{x_{crít}} 1{,}07\ \sqrt[4]{\frac{\Delta T}{x}}\ dx + \int_{x_{crít}}^L 1{,}3\ \sqrt[3]{\Delta T}\ dx\} \quad \frac{W}{m^2\ °K}$$

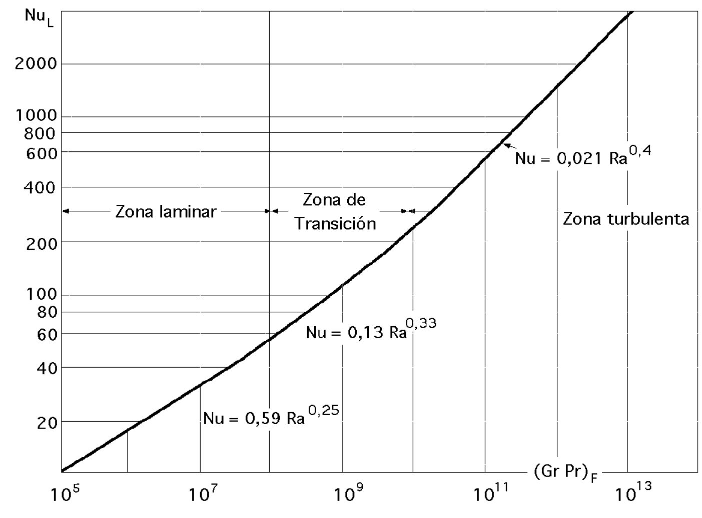

Fig XIV.3.- Correlación para la convección natural en placas y tubos verticales

CONVECCIÓN NATURAL SOBRE PLACA VERTICAL CON FLUJO DE CALOR UNIFORME.-

En esta situación se utiliza un número de Grashoff modificado Gr_x^*, de la forma:

$$Gr_r^* = Gr_x\ Nu_x = \frac{g\ \beta\ q_p\ x^4}{k\ \nu^2}$$

siendo q_p el flujo de calor de la pared y: $Nu_x = \frac{h_{cF(x)}\ x}{k}$

Régimen laminar

$$Nu = 1{,}25\,(Nu_x)_{x=L} \quad ; \quad Nu_x = 0{,}60\,(Gr_x^*\ Pr)^{1/5} \quad ; \quad 10^5 < Gr_x^*\ Pr < 10^{11}$$

Otra expresión para convección natural laminar, con flujo de calor uniforme es:

$$Nu\,(Nu - 0{,}68) = \frac{0{,}67\,(Gr_L^*\ Pr)^{1/4}}{\{1 + (\frac{0{,}492}{Pr})^{9/16}\}^{4/9}} \quad ; \quad 10^5 < Gr_L^*\ Pr < 10^{11}$$

Régimen turbulento

$$Nu = 1{,}136\,(Nu_x)_{x=L} \quad ; \quad Nu_x = 0{,}568\,(Gr_x^*\ Pr)^{0,22} \quad ; \quad 10^{13} < Gr_x^*\ Pr < 10^{16}$$

CONVECCIÓN NATURAL SOBRE UNA PLACA INCLINADA UN ANGULO θ**.-** Si la placa caliente se inclina un pequeño ángulo θ respecto a la vertical, se puede tomar un número de Grashoff igual al número de Grashoff calculado para placa vertical multiplicado por cos θ, es decir:

$$Gr = Gr_{Placa\ vertical}\ \cos\theta$$

Si la superficie caliente mira hacia arriba

$$Nu = 0{,}56\,(Gr_L\,Pr\ \cos\theta)^{0,25}\text{, para, } \begin{cases} \theta < 88^o \\ 10^5 < Ra_L < 10^{11} \end{cases}$$

Si la superficie caliente mira hacia abajo

$$Nu = 0{,}145\,(Gr_L\ Pr)^{0,33} - (Gr_C\ Pr)^{0,33} + 0{,}56\,(Gr_C\ Pr\ \cos\theta)^{0,25}$$

$$Gr_L\ Pr < 10^{11} \quad ; \quad Gr_L > Gr_C \quad ; \quad \begin{cases} \theta = 15^o \ ; \ Gr_C = 5.10^9 \\ \theta = 30^o \ ; \ Gr_C = 10^9 \\ \theta = 60^o \ ; \ Gr_C = 10^8 \\ \theta = 75^o \ ; \ Gr_C = 10^6 \end{cases}$$

En esta ecuación, las propiedades físicas del fluido se evalúan a la temperatura:

$$T = T_{pF} - 0{,}25\,(T_{pF} - T_F)$$

y las de β, a: $T_F + 0{,}25\,(T_{pF} - T_F)$

CONVECCIÓN NATURAL SOBRE PLACA HORIZONTAL.- El número de Nusselt viene dado por la expresión:

$$Nu = C\,(Ra_L)^n$$

Placa horizontal a temperatura uniforme

Superficie caliente hacia arriba o fría hacia abajo: $\begin{cases} C = 0{,}54 \\ n = 0{,}25 \end{cases} \quad ; \quad 10^5 < Ra_L < 10^7$

Superficie caliente hacia abajo o fría hacia arriba: $\begin{cases} C = 0{,}27 \\ n = 0{,}25 \end{cases} \quad ; \quad 10^5 < Ra_L < 10^7$

Superficie caliente hacia arriba: $\begin{cases} C = 0{,}13 \\ n = 0{,}33 \end{cases}$; $10^7 < Ra_L < 10^{10}$

Placa horizontal, flujo de calor uniforme

a) Superficie caliente mirando hacia arriba

$Nu = 0{,}13\ Ra_L^{1/3}\ ;\ Ra_L < 2.10^8$

$Nu = 0{,}16\ Ra_L^{1/3}\ ;\ 5.10^8 < Ra_L < 10^{11}$

en las que L es la longitud de los lados en el caso de placa cuadrada, o la longitud del lado más corto en el caso de placa rectangular.

Cuando $Ra_L = 10^7$, se originan unas corrientes térmicas turbulentas irregulares sobre la placa dando como resultado un nº de Nu medio que no depende del tamaño ni de la forma de la placa

b) Superficie caliente mirando hacia abajo

$Nu = 0{,}58\ Ra_L^{0{,}2}\ ;\ 10^6 < Ra_L < 10^{11}$

en la que las propiedades físicas del fluido se toman a la temperatura: $T = T_{pF} - 0{,}25\ (T_{pF} - T_F)$

y las de β a la temperatura media de película.

El número de Nusselt medio es: $Nu = \dfrac{h_{cF}\ L}{k} = \dfrac{q_p\ L}{(T_{pF} - T_F)\ k}$

Existe una correlación general para placa horizontal que se calienta hacia abajo, con extensiones adiabáticas desarrollada por Hatfield y Edwards, como se muestra en la Fig XIV 5, de la forma:

$$Nu_A = 6{,}5\ (1 + 0{,}38\ \frac{A}{L})\ \{(1 + X)^{0{,}39} - X^{0{,}39}\}\ Ra_A^{0{,}13} \text{, para: } \begin{cases} 10^6 < Ra < 10^{10} \\ 0{,}7 < Pr < 4800 \\ 0 < a/A < 0{,}2 \end{cases}$$

con: $X = 13{,}5\ Ra_A^{-0{,}16} + 2{,}2\ (\frac{a}{A})^{0{,}7}$

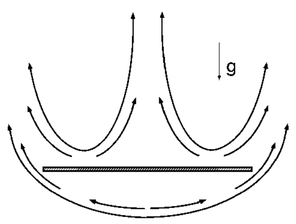

Fig XIV.4.- Convección natural laminar alrededor de una placa horizontal caliente

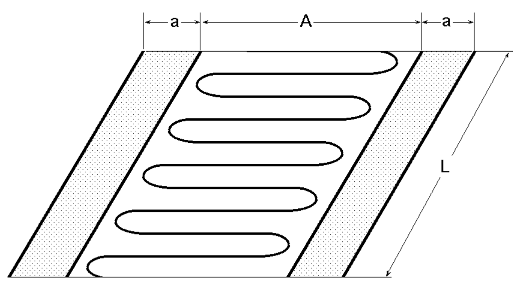

Fig XIV.5.- Esquema de una placa horizontal que se calienta hacia abajo en la que las extensiones adiabáticas están sombreadas

CONVECCIÓN NATURAL ENTRE PLACAS HORIZONTALES.- Este caso se presenta cuando un fluido circula entre dos placas, como paredes con cámara de aire, o ventanas de doble vidrio, o paneles solares, etc. La longitud característica que se utiliza normalmente para determinar el nº de Nu es la distancia ***d*** entre las dos placas.

Si el flujo se efectúa entre planos de superficie A, separados una distancia ***d***, con temperaturas de placa T_h y T_c siendo k_F la conductividad térmica efectiva del fluido confinado se tiene:

$$\frac{Q}{A} = \frac{k_F\,(T_h - T_c)}{d}$$

Si la diferencia de temperaturas $(T_h - T_c)$ es menor que el valor requerido para que el fluido se vuelva inestable, el calor se transmite a través de la capa sólo por conducción y:

$$h_C = \frac{k}{d} \quad ; \quad Nu_d = 1$$

por lo que las correlaciones del número de Nusselt tienen siempre un límite inferior ($Nu_d = 1$) que corresponde a la conducción pura.

Una capa horizontal calentada por la parte inferior se vuelve inestable para un determinado valor de $(T_h - T_c)$ apareciendo celdas de convección para un valor de Ra_d de la forma:

$$Ra_d = \frac{g\,\beta\,(T_h - T_c)\,d^3}{\nu\,\alpha} = 1708$$

y si la temperatura sigue aumentando, se van creando situaciones de flujo cada vez más complejas hasta que, finalmente, el flujo en el centro se vuelve turbulento.

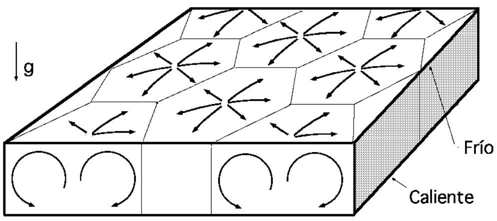

Fig XIV.6.- Convección natural celular en una capa horizontal de fluido confinado entre dos placas paralelas

Si se toma el aire como fluido, y considerando la placa inferior como la más caliente, Fig XIV.6, se tiene:

$$Nu = 0{,}195\ Gr^{0{,}25}\ ,\ \text{para: } 10^4 < Gr < 4.10^5$$

$$Nu = 0{,}068\ Gr^{0{,}33}\ ,\ \text{para: } 4.10^5 < Gr < 10^7$$

Tomando como fluido un líquido de número de Pr moderado, (agua), y considerando la placa inferior como la más caliente, se tiene:

$$Nu_d = 0{,}069\ Gr_d^{0{,}33}\ Pr^{0{,}407}\ ,\ \text{para: } 3.10^5 < Ra_d < 7.10^9$$

CONVECCIÓN NATURAL ENTRE PLACAS VERTICALES.- Para espacios confinados, en los que el fluido sometido a convección circula entre placas verticales de altura L, el efecto térmico se puede expresar como un simple cambio en la conductividad térmica del fluido. La circulación se da para cualquier valor de $Ra_d > 0$, y la transferencia de calor por conducción pura se efectúa para, $Ra_d < 10^3$. Al aumentar Ra_d el flujo se desarrolla y se forman celdas de convección.

Cuando $Ra_d = 10^4$ el flujo pasa a ser tipo capa límite, con capas que fluyen hacia arriba sobre la pared caliente y hacia abajo sobre la pared fría, mientras que en la región central el flujo permanece prácticamente estacionario.

Cuando $Ra_d = 10^5$ se desarrollan hileras verticales de vórtices horizontales en el centro del flujo

Cuando $Ra_d = 10^6$ el flujo en el centro se vuelve turbulento

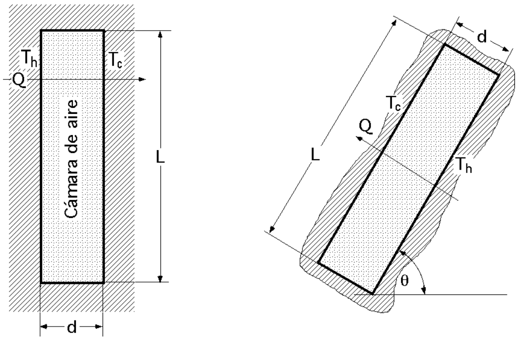

Fig XIV.7.- Recinto vertical e inclinado

Valores típicos de Nu para el aire con (L/d > 3) son los siguientes:

$Nu = 1$, para: $Gr < 2.000$

$Nu_L = 0{,}18\ Gr^{0{,}25} \left(\frac{d}{L}\right)^{0{,}11}$, para: $2.10^3 < Gr < 2.10^4$

$Nu_L = 0{,}065\ Gr^{0{,}33} \left(\frac{d}{L}\right)^{0{,}11}$, para: $2.10^4 < Gr < 10^7$

CONVECCIÓN NATURAL ENTRE PLACAS INCLINADAS.- Para la transferencia de calor a través de capas delgadas de aire de longitud L, se pueden presentar los siguientes casos, según sea la inclinación θ de la capa respecto a la horizontal:

a) 0 < θ < 60º ; 0 < Ra_d < 10^5

$$Nu_L = 1 + 1{,}44 \left(1 - \frac{1708}{Ra_d \cos\theta}\right) \left\{1 - \frac{1708\ (\text{sen}\ 1{,}8\ \theta)^{1{,}6}}{Ra_d \cos\theta}\right\} + \left\{\left(\frac{Ra_d \cos\theta}{5830}\right)^{1/3} - 1\right\}$$

en la que los términos entre corchetes deben hacerse cero si salen negativos.

b) θ = 60º ; 0 < Ra_d < 10^7 . - El valor de Nu_d se tomará el máximo entre las expresiones:

$$Nu_d^7 = 1 + \left\{\frac{0{,}0936\ Ra_d^{0{,}314}}{1 + \dfrac{0{,}5}{\left[1 + \left(\dfrac{Ra_d}{3160}\right)^{20{,}6}\right]^{0{,}1}}}\right\}^7$$

$$Nu_d = \left(0{,}104 + \frac{0{,}175\ d}{L}\right) Ra_d^{0{,}283}$$

c) 60º < θ < 90º

$$Nu_d = \frac{90 - \theta}{30}\ Nu_{d(60º)} + \frac{\theta - 60}{30}\ Nu_{d(90º)}$$

d) $\theta = 90^o$; $10^3 < Ra_d < 10^7$.- El valor de Nu_d se tomará el máximo entre las expresiones:

$$Nu_d = 0{,}0605 \sqrt[3]{Ra_d}$$

$$Nu_d = \sqrt[3]{1 + \left(\frac{0{,}104\ Ra_d^{0,293}}{1 + \left(\frac{6310}{Ra_d}\right)^{1,36}}\right)^3}$$

$$Nu_d = 0{,}242 \left(\frac{Ra_d\ d}{L}\right)^{0{,}272}\ ,\ \text{para,}\ Ra_d < 10^3\ ,\ Nu_{d(90^o)} = 1$$

XIV.3.- CORRELACIONES PARA LA CONVECCIÓN NATURAL EN TUBOS

CONVECCIÓN NATURAL SOBRE UN TUBO O UN CILINDRO HORIZONTAL

a) El número de Nusselt medio para la convección natural hacia y desde cilindros horizontales, se puede calcular a partir de la ecuación:

$$Nu = C\,(Ra)^n$$

en la que los valores de las constantes se pueden tomar de la Tabla correspondiente, o a partir de la gráfica de la Fig XIV.8.

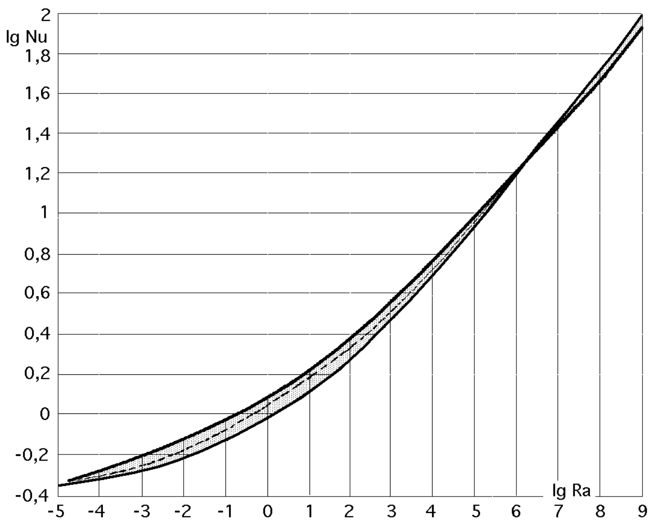

Fig XIV.8.- Correlación para la convección natural hacia y desde cilindros horizontales

b) Unas expresiones más exactas son:

Para flujo laminar: $$Nu_d = 0{,}36 + \frac{0{,}518\ Ra_d^{1/4}}{\left\{1 + \left(\frac{0{,}56}{Pr}\right)^{9/16}\right\}^{4/9}}\ ,\ \text{con:}\ \begin{cases} 10^{-6} < Ra_d < 10^9 \\ Pr > 0{,}5 \end{cases}$$

Para flujo turbulento: $$\sqrt{Nu_d} = 0{,}60 + 0{,}387 \sqrt[6]{\frac{Ra_d}{\left\{1 + \left(\frac{0{,}56}{Pr}\right)^{9/16}\right\}^{16/9}}}\ ,\ \text{con:}\ \begin{cases} Ra_d > 10^9 \\ Pr > 0{,}5 \end{cases}$$

expresiones que no coinciden para $Ra_d = 10^9$.

c) *Para la transferencia de calor desde cilindros en posición horizontal hacia* ***metales líquidos****, se puede utilizar*

$$Nu = 0,53 \sqrt[4]{Gr\ Pr^2}$$

o también la ecuación de Baher:

$$Nu = 0,445 \sqrt[4]{Ra} + 0,1183 \sqrt[8]{Ra} + 0,41 \quad ; \quad 10^{-5} < Ra < 10^4$$

d) En ***convección natural para el caso particular del aire y gases, para tubos horizontales y verticales calientes,*** se puede aplicar la formulación :

$$\left.\begin{array}{l} \text{Flujo laminar: } h_C = 1,18 \sqrt[4]{\dfrac{\Delta T}{d}} \ \dfrac{W}{m^2\ ^oK} \\ \text{Flujo turbulento: } h_C = 1,65 \sqrt[3]{\Delta T} \ \dfrac{W}{m^2\ ^oK} \end{array}\right\} \text{ con } \Delta T \text{ en } ^oC, \text{ y d en metros}$$

CONVECCIÓN NATURAL ENTRE CILINDROS CONCÉNTRICOS.- El cilindro interior es el caliente y el cilindro exterior el frío; las correlaciones recomendadas para la convección natural se expresan en función de una conductividad térmica efectiva, k_{efc}, que se sustituye en la ecuación de conducción correspondiente:

$$Q = \frac{2 \pi k_{efec} d (T_1 - T_2)}{\ln (r_2/r_1)} \quad , \text{ con: } \frac{k_{efec}}{k} = 0,386 \sqrt[4]{\frac{Pr\ Ra_{cil}}{0,861 + Pr}}$$

$$10^2 < Ra_{cil} < 10^7 \quad ; \quad \frac{k_{efec}}{k} > 1 \ ; \ Ra_{cil} = \frac{(\ln \dfrac{D_2}{D_1})^4}{d^3 (D_1^{-3/5} + D_2^{-3/5})^5} Ra_d \quad ; \quad d = \frac{D_2 - D_1}{2}$$

XIV.4.- CORRELACIONES PARA LA CONVECCIÓN NATURAL EN ESFERAS

ESFERA ISOTERMA

a) La transferencia de calor hacia y desde una ***esfera isoterma de diámetro d, en gases***, viene dada por:

$$Nu_d = 2 + 0,43 \sqrt[4]{Ra_d} \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 < Ra_d < 10^{11} \\ Pr \approx 1 \end{array} \right.$$

b) Para el caso particular de convección de una ***esfera isoterma en agua:***

$$Nu_d = 2 + 0,5 \sqrt[4]{Ra_d} \quad \left\{ \begin{array}{l} 3.10^5 < Ra_d < 8.10^8 \\ 10 < Nu_d < 90 \end{array} \right.$$

c) Cuando, $Ra_d = 0$ Nu = 2, que se corresponde con el valor límite de la conducción de calor de una esfera isotérmica en un medio infinito

d) Churchill propone una expresión general, de la forma:

$$Nu_d = 2 + \frac{0,589 \sqrt[4]{Ra_d}}{\{1 + (\dfrac{0,469}{Pr})^{9/16}\}^{4/9}} \quad \left\{ \begin{array}{l} Ra_d < 10^{11} \\ Pr > 0,5 \end{array} \right.$$

CONVECCIÓN NATURAL ENTRE ESFERAS CONCÉNTRICAS.- La esfera interior es la caliente T_1 y la esfera exterior la fría T_2; las correlaciones recomendadas para la convección natural se expresan en función de una conductividad térmica efectiva k_{efc}, que se sustituye en la ecuación de conducción correspondiente:

$$Q = \frac{4 \pi k_{efec} (T_1 - T_2)}{\dfrac{d}{r_1 r_2}} \quad ; \quad d = r_2 - r_1$$

Las propiedades se evalúan a la temperatura, $T = \dfrac{T_1 + T_2}{2}$

$$\frac{k_{efec}}{k} = 0{,}74 \sqrt[4]{\frac{Pr\, Ra_{esf}}{0{,}861 + Pr}} \quad ; \quad 10^2 < Ra_{esf} < 10^4 \quad ; \quad \frac{k_{efec}}{k} > 1$$

$$Ra_{esf} = \frac{d}{(\dfrac{D_2}{D_1})^4 (D_1^{-7/5} + D_2^{-7/5})^5} Ra_d$$